In Zusammenarbeit mit der Inspection Pédagogique Régionale und der IREM de Strasbourg

Mathematik Ohne Grenzen

Probewettbewerb 2024/25

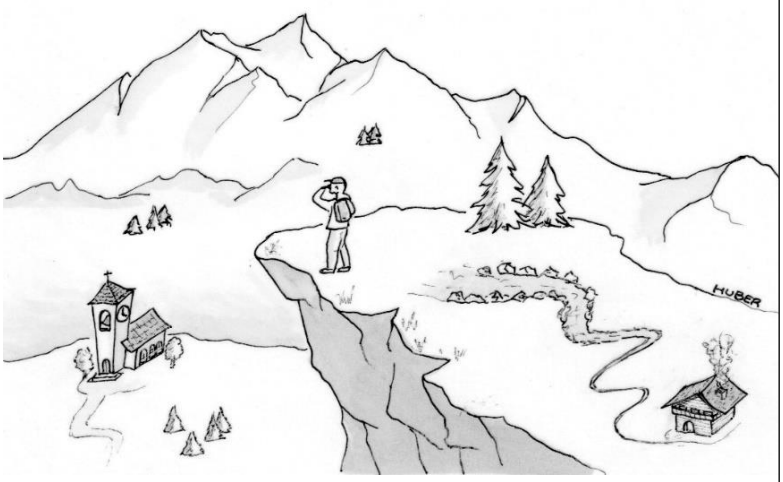
- ✓ **Für jede Aufgabe, auch für eine nicht bearbeitete, ist ein Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.**
- ✓ **Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden berücksichtigt.**
- ✓ **Die Sorgfalt der Darstellung sowie Qualität und Präzision der Begründungen werden mit bewertet.**

Aufgabe 1 7 Punkte
Ticktack

Verfasst in einer der vier Fremdsprachen einen Lösungstext mit mindestens 30 Wörtern.

Jean passe un week-end dans un chalet de montagne au fond d'une vallée. Ce chalet n'a pas d'électricité et aucun réseau téléphonique.
Une fois arrivé sur place, sans montre ni téléphone, Jean n'a aucun moyen de connaître l'heure. Dans le chalet, il y a une horloge à pile, arrêtée, qu'on ne peut pas déplacer. Dans ses affaires, il a des piles toutes neuves. Il souhaite régler cette horloge à la bonne heure. Il sait qu'il y a une église avec une horloge dans le village le plus proche. Pour lire l'heure sur son clocher, il monte au sommet d'une colline d'où il aperçoit le clocher. Comme la pente est raide pour monter sur la colline, il met deux fois plus de temps pour monter que pour descendre.

Expliquer comment Jean peut procéder pour régler l'horloge du chalet sur la bonne heure le plus précisément possible.



Jean trascorre un fine settimana in un rifugio in montagna in fondo a una valle. Il rifugio non ha né elettricità né rete telefonica.
Giunto sul posto, senza orologio né telefono, Jean non ha possibilità alcuna di conoscere l'ora. Nel rifugio c'è un orologio a pila, fermo, che non si può spostare.
Jean ha con sé delle pile nuove e spera di riuscire a regolare l'orologio sull'ora corretta.
Sa che nel villaggio vicino c'è una chiesa con un orologio. Sale, quindi, sulla cima di una collina da cui può vedere l'orologio per leggere l'ora indicata in un tempo trascurabile e scende immediatamente. Nella salita, data la ripidità, impiega il doppio del tempo rispetto alla discesa.

Spiegate come Jean possa procedere per regolare l'orologio del rifugio sull'ora corretta con la maggiore precisione possibile.

Jean spends a weekend in a mountain chalet at the bottom of a valley. This cottage has no electricity and no telephone network.
Once there, without a watch or phone, Jean has no way of knowing the time. In the chalet there is a battery-operated clock, which has stopped, and which cannot be moved.

In his belongings, he has brand new batteries. He wants to set this clock to the correct time.

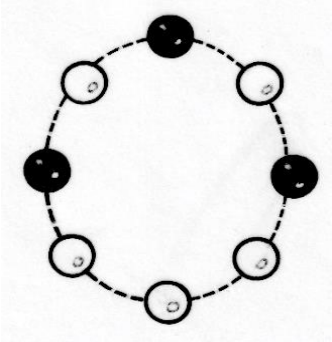
He knows that there is a church with a clock in the nearest village. To read the time on its bell tower, he climbs to the top of a hill from where he can see it. Since the hill has a steep slope, it takes twice as long to go up as it does to go down.

Explain how John can go about setting the clock in the chalet to the correct time as accurately as possible.

Jean pasa un fin de semana en un chalé de montaña en el fondo de un valle. Este chalé no tiene electricidad y ninguna red telefónica. Una vez llegado al sitio, sin reloj ni teléfono, Jean no tiene ningún medio para saber la hora. En el chalé hay un reloj de pared de pilas, parado, que no podemos trasladar. Entre sus cosas hay pilas nuevas. Quiere poner este reloj en hora. Sabe que hay una iglesia con un reloj en el pueblo más cercano. Para leer la hora en su campanario, sube a la cima de una colina desde donde ve el campanario. Como la cuesta para subir la colina es empinada, tarda el doble de tiempo en subir que en bajar.

Explica como Jean puede proceder para poner en hora el reloj del chalé de la manera más precisa posible.

Aufgabe 2 — 5 Punkte
Kettenvariationen



Marion fertigt Halsketten an. Jede Kette besteht aus fünf weißen und drei schwarzen Perlen. Rechts seht ihr ein Beispiel für eine solche Kette.

Zeichnet alle verschiedenen Ketten, die Marion anfertigen kann.

Aufgabe 3 — 7 Punkte
Quadratzahlen?

Aus den Tasten mit den Zahlen 1-9 auf ihrem Taschenrechner wählt Laura zufällig vier beieinander liegende Tasten aus, die ein Quadrat bilden.
Sie drückt zuerst eine der vier Tasten in diesem Quadrat und danach im Uhrzeigersinn die drei anderen.
Auf diese Weise kann Laura pro Tastenquadrat vier verschiedene Zahlen mit je vier unterschiedlichen Ziffern eintippen. (Sie kann ja mit jeder der vier Tasten beginnen.)

Laura erinnert sich an die folgende Teilbarkeitsregel:
*Eine Zahl mit den Ziffern **abcd** ist teilbar durch 11, wenn a – b + c – d null ergibt.*

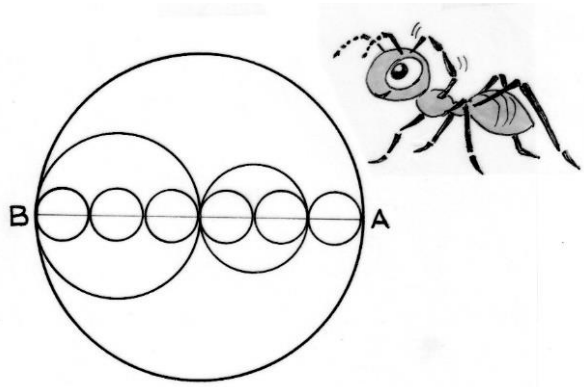
Laura behauptet, dass jede Zahl, die sie auf die oben beschriebene Weise eingibt, durch 11 teilbar ist – unabhängig von der Wahl des Tastenquadrats und unabhängig von der Wahl der zuerst getippten Taste im Quadrat.

Beweist, dass Laura Recht hat. Verwendet dabei die oben angeführte Teilbarkeitsregel. Bezeichnet die erste eingetippte Ziffer mit n.

Aufgabe 4 — 5 Punkte
Auf Kreisbögen

Eine Ameise soll vom Punkt A zum Punkt B krabbeln. Dabei soll ihr Weg immer auf einem der unten eingezeichneten Kreisbögen verlaufen.
Die Mittelpunkte aller Kreise liegen auf der Strecke AB.
Die Länge der Strecke AB beträgt 12.

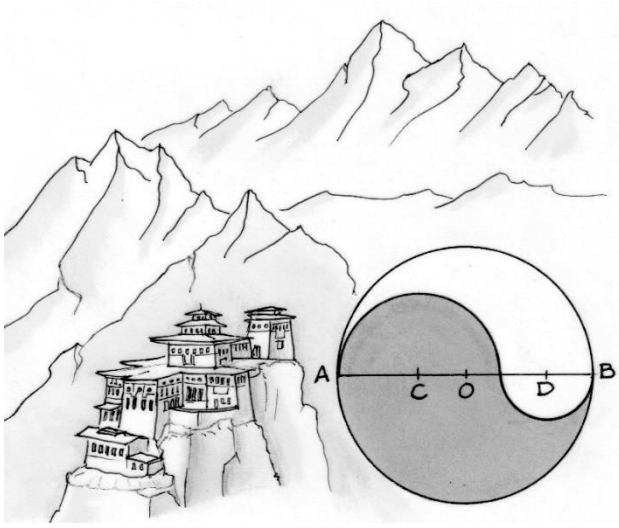
Berechnet die kürzeste Weglänge.



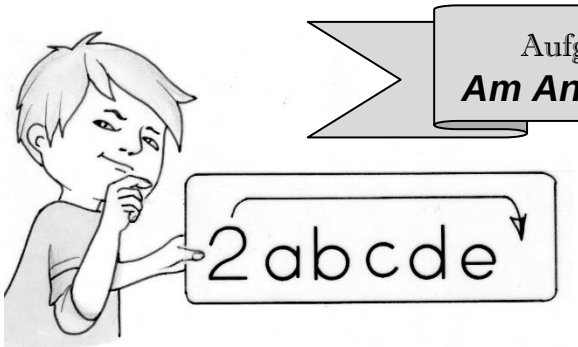
Aufgabe 5 — 7 Punkte
Die dunkle Seite

In einem Kloster im Himalaya befindet sich eine sonderbare Kreisscheibe. Sie zeigt das Gleichgewicht der Kräfte auf der Welt an. Im besten Fall sind beide Flächen, die helle wie die dunkle, gleich groß. Seit einiger Zeit wird die dunkle Seite stärker, und die dunkle Fläche ist momentan 1,5 mal so groß wie die helle Fläche. Der Durchmesser der Kreisscheibe beträgt 1 m.

Berechnet den Radius AC.
Zeichnet die Kreisscheibe im Maßstab 1 :10.



Aufgabe 6 — 5 Punke
Am Anfang wie am Ende



Eine sechsstellige Zahl beginnt mit der Ziffer 2.
Wenn ich die Ziffer 2 ans Ende der Zahl setze, erhalte ich eine andere sechsstellige Zahl. Sie ist um 461 214 größer als die Ausgangszahl.

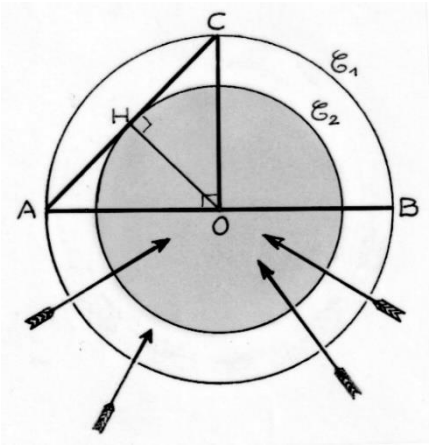
Bestimmt die Ausgangszahl. Erklärt eure Antwort.

Aufgabe 7 — 7 Punkte
Zielscheibe

Für ein Wurfspiel mit Pfeilen beim Schulfest möchte Samuel eine Zielscheibe bauen, die zwei Zonen hat – eine graue und eine weiße. Sie sollen durch zwei Kreise mit demselben Mittelpunkt festgelegt werden. (siehe Abbildung)

Beide Zonen sollen denselben Flächeninhalt haben.
Samuel beginnt mit der Zeichnung der Zielscheibe auf einem Blatt Papier. Zuerst zeichnet er den Kreis $\mathcal{C}_1$ um den Punkt O mit Radius 20 cm.
Danach konstruiert er den Kreis $\mathcal{C}_2$.
Wie er das gemacht hat, könnt ihr der Abbildung entnehmen.
(Die Eckchen in der Abbildung bei O und H zeigen rechte Winkel an.)

Konstruiert die Zielscheibe wie in der Abbildung im Maßstab 1 : 2.
Beschreibt eure Konstruktion.
Haben die beiden Zonen wirklich denselben Flächeninhalt?
Begründet eure Antwort.

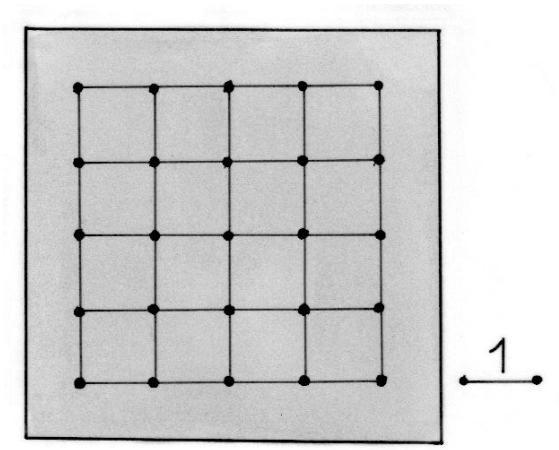


Aufgabe 8 — 5 Punkte
Punkte zum Quadrat

Die Abbildung zeigt ein Gitter aus 16 kleinen Quadraten in einem großen Quadrat der Seitenlänge 4.
Die 25 eingezeichneten Punkte sind Eckpunkte der kleinen Quadrate.

Man kann in dieses Gitter unterschiedlich große Quadrate einzeichnen, deren Ecken Punkte des Gitters sind.

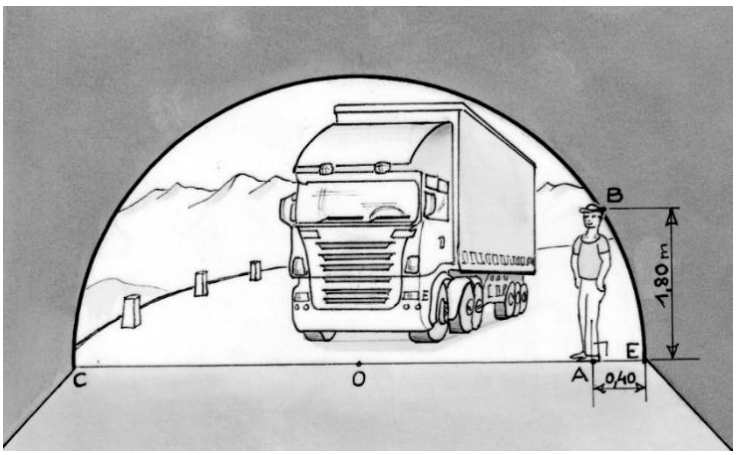
Gebt alle möglichen Seitenlängen dieser Quadrate an.



Aufgabe 9 — 7 Punkte
Passt das?

Ein Lastwagenfahrer möchte durch einen Tunnel fahren, doch die Höhe des Tunnels ist nicht angegeben, und er ist nicht sicher, ob sein Lastwagen durchpasst.

Der Fahrer steigt aus, stellt sich an den Punkt A und misst die Länge von zwei zueinander orthogonalen Strecken:
Die Strecke EA (auf dem Boden) ist 0,40 m lang und,
die Strecke AB (senkrecht zum Boden) ist 1,80 m lang.
(siehe Abbildung)



Der Lastwagen ist 2,40 m breit und 4,10 m hoch. Der Tunnel hat die Form eines Halbkreises um den Mittelpunkt O.

Berechnet die Höhe des Tunnels und erklärt, ob der Lastwagen durch den Tunnel passt.

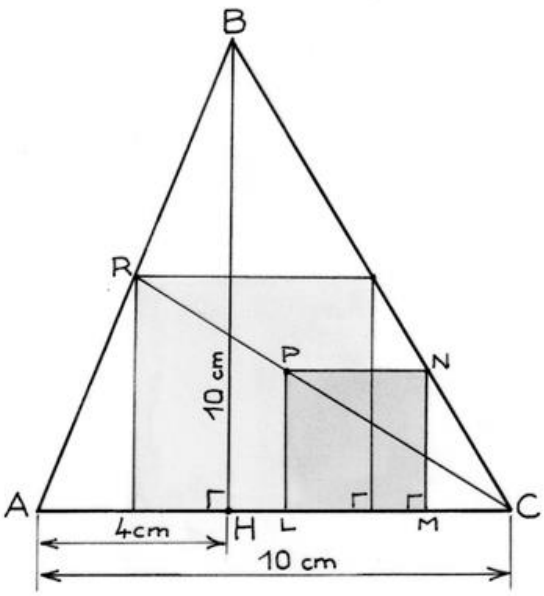
Aufgabe 10 — 10 Punkte
So groß wie möglich

Gegeben ist das Dreieck ABC.
Die Seite AC und die Höhe HB sind 10 cm lang.

Die Abbildung zeigt, wie man im Dreieck ABC das größtmögliche Quadrat konstruieren kann, bei dem zwei Eckpunkte auf der Strecke AC liegen.

Zunächst zeichnet man ein beliebiges Quadrat (LMNP), bei dem zwei Eckpunkte auf der Strecke AC liegen (L und M) und ein Eckpunkt auf der Strecke CB liegt (N). Die Gerade durch C und P schneidet die Strecke AB im Punkt R, und R ist einer der Eckpunkte des gesuchten größtmöglichen Quadrats.

Zeichnet die Figur mit den angegebenen Maßen.
Berechnet die Seitenlänge des größtmöglichen Quadrats.
Erklärt, wie ihr dabei vorgegangen seid.



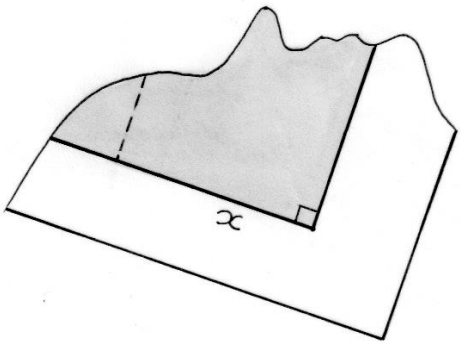
Klasse 10

Aufgabe 11 — 5 Punkte
Murmelspiel

Frieda und Julia spielen mit fünf roten und fünf blauen Murmeln. Zunächst verteilt Frieda die zehn Murmeln auf zwei blickdichte Beutel, ohne dass Julia hinsieht. Dann zieht Julia aus jedem Beutel eine Murmel. Frieda gewinnt, wenn Julia zwei rote Murmeln gezogen hat. Ansonsten gewinnt Julia.

Wie muss Frieda die zehn Kugeln auf die beiden Beutel verteilen, um die größtmögliche Gewinnchance zu haben? Erklärt eure Antwort.

Aufgabe 12 — 7 Punkte
Abgerissen



Auf dem abgerissenen Stück Papier erkennt man einen Teil einer Figur.
Im rechten unteren Eck sieht man noch den rechten Winkel, und man sieht auch die Strecke x (vom rechten unteren Eck bis zur gestrichelten Linie).
Der Umfang der Figur beträgt $10\,x + 4$ und der Flächeninhalt $5\,x^2 + 4\,x$.

Wie könnte die ursprüngliche Figur ausgesehen haben?
Zeichnet eine mögliche Figur und gebt die Seitenlängen an. Erklärt eure Lösung.

Aufgabe 13 — 10 Punkte
Pythagoreische Zahlentripel

Ein pythagoreisches Zahlentripel (*a, b, c*) besteht aus drei natürlichen Zahlen *a*, *b* und *c,* für die $a^2 + b^2 = c^2$ gilt.

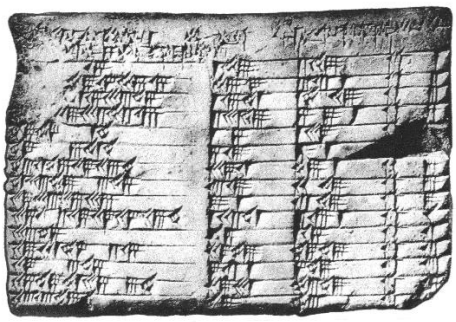
Die Zahlen *a*, *b* und *c* können als Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks aufgefasst werden.

Man erhält alle pythagoräischen Zahlentripel (*a, b, c*) mit den Formeln

$a = m^2 - n^2$
$b = 2mn$
$c = m^2 + n^2$

für natürliche Zahlen *m* und *n* mit $m > n$.

Wenn *a*, *b* und *c* außer 1 keinen gemeinsamen Teiler haben, spricht man von einem <u>primitiven</u> pythagoreischen Zahlentripel.



Tablette babylonienne - Plimpton 322

Berechnet das primitive pythagoreischen Zahlentripel (a, b, c), das man mit m = 5 und n = 4 erhält.

Bestimmt die vier primitiven pythagoreischen Zahlentripel, die man mit b = 2024 erhält.