

# Mathematik Ohne Grenzen



## Hauptwettbewerb 2023

Mathématiques  
SANS  
Frontières

- ✓ Für jede Aufgabe, auch für eine nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- ✓ Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden berücksichtigt.
- ✓ Die Sorgfalt der Darstellung sowie Qualität und Präzision der Begründungen werden mit bewertet.

### Aufgabe 1 7 Punkte Galant teilen

Verfasst in einer der vier Fremdsprachen einen Lösungstext mit mindestens 30 Wörtern.

Étienne y Gus están comiendo una tableta de chocolate: los dos son unos auténticos golosos pero, por educación, ninguno de los dos quería ser el egoísta que coja el último trozo.

La tableta inicial tiene veinticuatro cuadrados. Cada uno, por turno, rompe el chocolate en dos trozos rectangulares siguiendo la línea horizontal o vertical que separa los cuadrados. Se come uno de los trozos y le da el otro a su amigo.

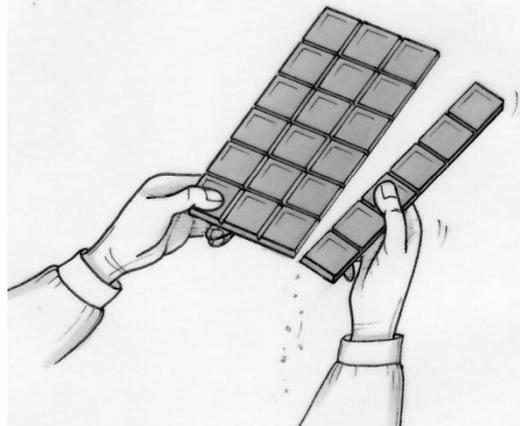
**Étienne empieza y se las arregla para que Gus se vea obligado a coger el último cuadrado. Describe su estrategia.**

Étienne e Gus si scambiano delle gentilezze mentre mangiano una tavoletta di cioccolato: entrambi sono dei golosoni, ma non vorrebbero mai essere egoisti tali da prendere l'ultimo pezzetto.

La tavoletta iniziale è composta da ventiquattro quadratini. I due golosi, a turno, spezzano il cioccolato in due parti rettangolari secondo una delle linee verticali o orizzontali che separano i quadratini; mangiano una parte e passano la rimanente all'altro.

**Étienne inizia e fa in modo che Gus sia costretto a prendere l'ultimo quadratino.**

**Descrivete la sua strategia.**



Etienne and Gus are being kind to each other while eating a chocolate bar – they are both really big eaters, but neither of them would like to be the selfish person who will take the last piece.

Initially, the bar has 24 squares. Each person, in turn, breaks the chocolate into two rectangular pieces along either a horizontal or vertical line that separates the squares. That person eats one of these pieces, giving the other piece to his friend.

**Etienne starts this, and succeeds in getting Gus to take the last piece.**

**Describe his strategy.**

Étienne et Gus se font des politesses en mangeant une tablette de chocolat : tous d'eux sont d'authentiques gourmands mais aucun d'eux ne voudrait être l'égoïste qui prendra le dernier morceau.

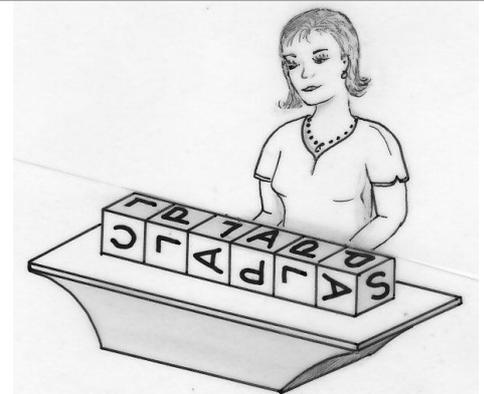
La tablette initiale compte vingt-quatre carreaux. Chacun, à tour de rôle, casse le chocolat en deux morceaux rectangulaires suivant une ligne horizontale ou verticale qui sépare les carreaux. Il mange l'un des morceaux et donne l'autre à son ami.

**Étienne commence et s'arrange pour que Gus soit obligé de prendre le dernier carreau. Décrire sa stratégie.**

### Aufgabe 2 5 Punkte Auf ihrer Seite

Vor Sophie liegen sechs identische Würfel (siehe Abbildung). Die sechs Seitenflächen der Würfel, auf die Sophie direkt von vorne blickt, zeigt die Abbildung nicht

**Zeichnet auf das Antwortblatt genau das, was Sophie sieht, wenn sie direkt von vorne auf diese sechs Seitenflächen der Würfel blickt. Zeichnet ein Netz von einem der sechs Würfel.**

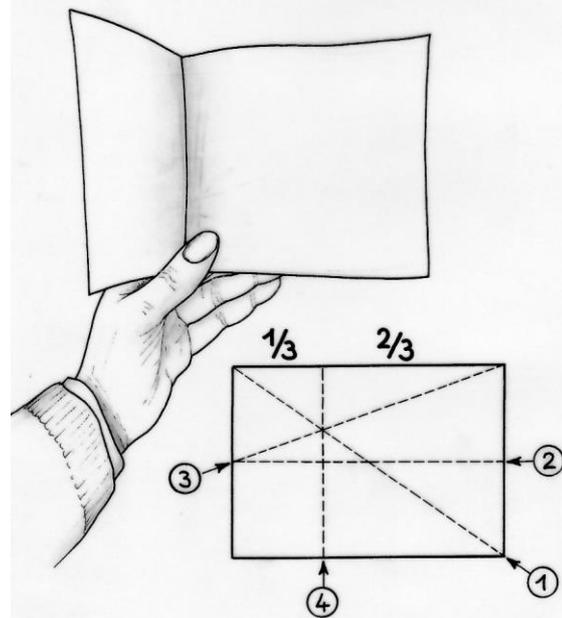


**Aufgabe 3 7 Punkte**  
**Faltend teilen**

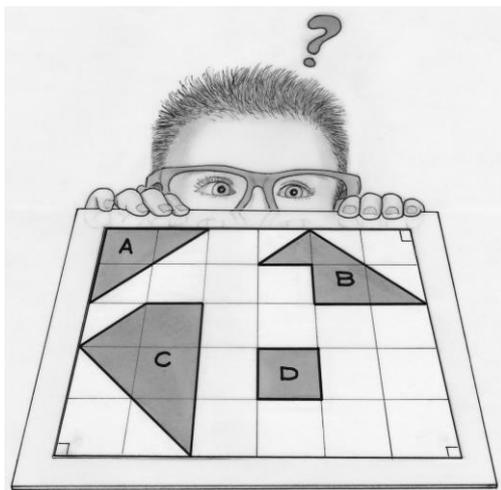
Hier findet ihr eine Methode, mit der man bei einem rechteckigen Blatt Papier nur durch Falten eine Seitenlänge dritteln kann.

Faltet und entfaltet nacheinander das Blatt entlang der Diagonalen, ①, der Mittelparallele ②, und dann entsprechend der Faltungen ③ und ④ (siehe Abbildung)

**Klebt das Blatt mit den Faltungen auf euer Antwortblatt.**  
**Beweist, dass Faltung ④ die Länge des Rechtecks drittelt.**



**Aufgabe 4 5 Punkte**  
**Doppelpuzzle**



Léo schneidet die vier Puzzleteile A, B, C und D aus. Mit den drei Teilen A, B und C legt er ein Quadrat. Dann ruft er: „Aber man kann ja sogar mit allen vier Puzzleteilen ein Quadrat legen!“

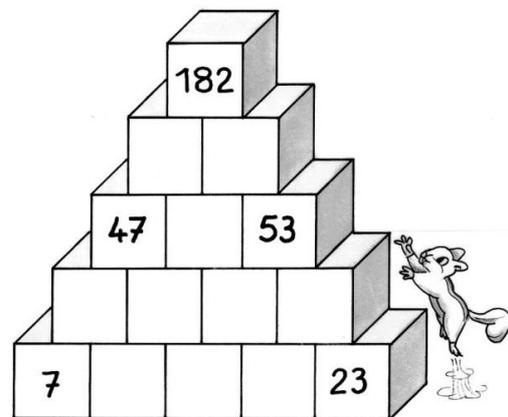
**Wie hat Léo die Teile jeweils aneinandergelegt?**  
**Zeichnet die beiden Quadrate so auf, dass man die Anordnung der Puzzleteile erkennen kann.**

**Mathématiques**  
**SANS**  
**Frontières**

**Aufgabe 5 7 Punkte**  
**Rechenmauer**

In der Rechenmauer ist die Zahl auf jedem Stein die Summe der Zahlen auf den beiden darunterliegenden Steinen.

**Findet die fehlenden Zahlen.**



**Aufgabe 6 5 Punkte**  
**Wie viele bleiben übrig?**

Yaëlle hat auf dem Boden Streichhölzer nebeneinandergelegt. Wenn sie immer zwei auf einmal wegnimmt, bleibt eines übrig. Wenn sie immer drei auf einmal wegnimmt, bleiben zwei übrig. Wenn sie immer vier auf einmal wegnimmt, bleiben drei übrig. Wenn sie immer fünf auf einmal wegnimmt, bleiben vier übrig. Wenn sie immer sechs auf einmal wegnimmt, bleiben fünf übrig. Wenn sie immer sieben auf einmal wegnimmt, bleibt keines übrig.

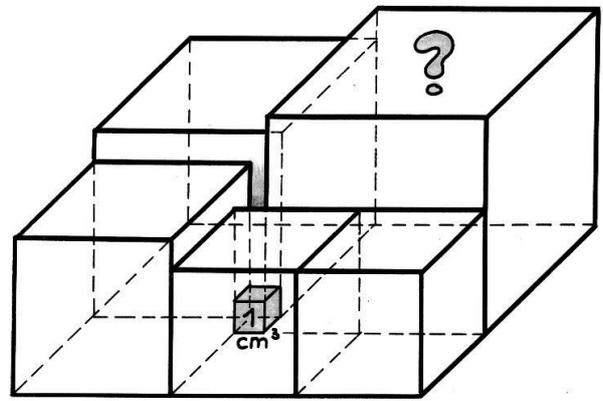
**Wie viele Streichhölzer liegen mindestens auf dem Boden?**  
**Erklärt eure Antwort.**



**Aufgabe 7**      7 Punkte  
**Eingeklemmt**

Ein kleiner Würfel mit dem Volumen  $1 \text{ cm}^3$  ist zwischen größeren Würfeln eingeklemmt (siehe Abbildung).

**Berechnet das Volumen des größten Würfels.**



**Aufgabe 8**      5 Punkte  
**Alles fließt.**

Im abgebildeten Brunnen fließt stetig Wasser. Alle Behälter sind bereits voll und laufen über. In jeder Reihe ergießt sich bei jedem Gefäß jeweils die Hälfte des überlaufenden Wassers in die beiden darunterliegenden Gefäße. In das oberste Gefäß ergießt sich ein Kubikmeter Wasser und läuft über.

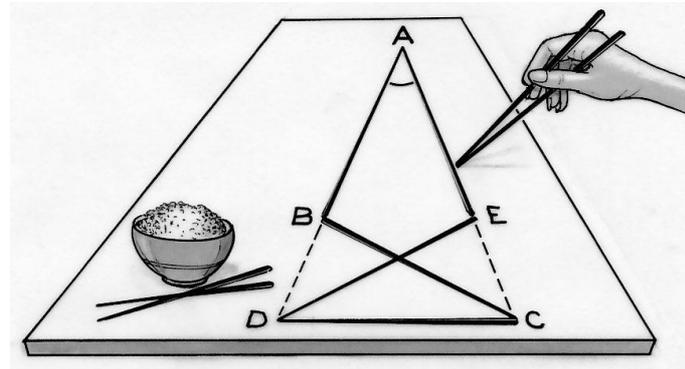
**Drückt mit Hilfe von Brüchen aus, wie sich dieser Kubikmeter Wasser anschließend auf die einzelnen Gefäße verteilt. Erklärt eure Antwort.**



**Aufgabe 9**      7 Punkte  
**Mit Stäbchen**

Audrey legt fünf gleich lange Stäbchen so hin, wie es in der Abbildung dargestellt ist. Jeder Endpunkt eines Stäbchens berührt den Endpunkt eines anderen Stäbchens. Die Punkte A, B und D liegen auf einer Geraden, genauso wie die Punkte A, E und C.

**Berechnet die Weite des eingezeichneten Winkels beim Punkt A.**



**Aufgabe 10**      10 Punkte  
**Die dritte Pyramide**

Wir betrachten ein senkrecht Prisma. Seine Grundfläche ist ein gleichseitiges Dreieck. Seine Seitenflächen sind Quadrate. Alle Kanten sind  $6 \text{ cm}$  lang.

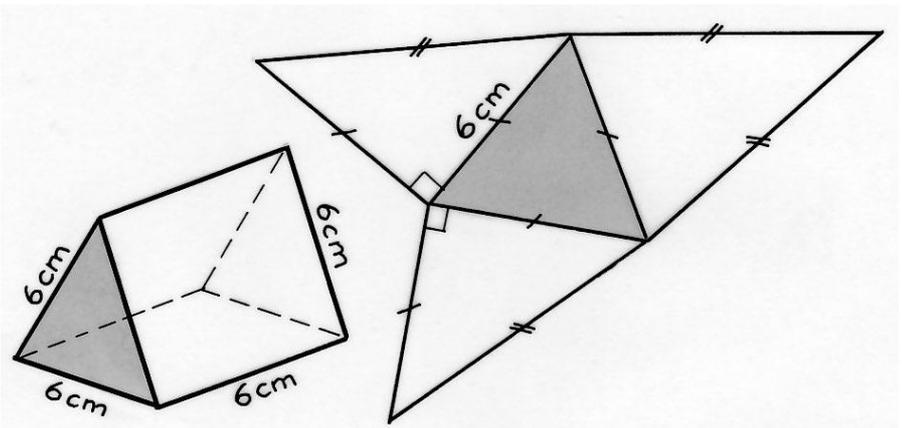
Dieses Prisma lässt sich in drei volumengleiche Pyramiden zerlegen.

Zwei dieser Pyramiden sind identisch. Die Abbildungen zeigen ein Schrägbild des Prismas sowie ein Netz von einer der beiden identischen Pyramiden.

**Zeichnet ein Netz der dritten Pyramide in wahrer Größe auf euer Antwortblatt.**

**Bemerkungen:**

- Die beiden Winkel mit den Eckchen sind rechte Winkel.
- Alle Strecken, die mit einem Strich gekennzeichnet sind, sind gleich lang.
- Alle Strecken, die mit zwei Strichen gekennzeichnet sind, sind auch gleich lang.

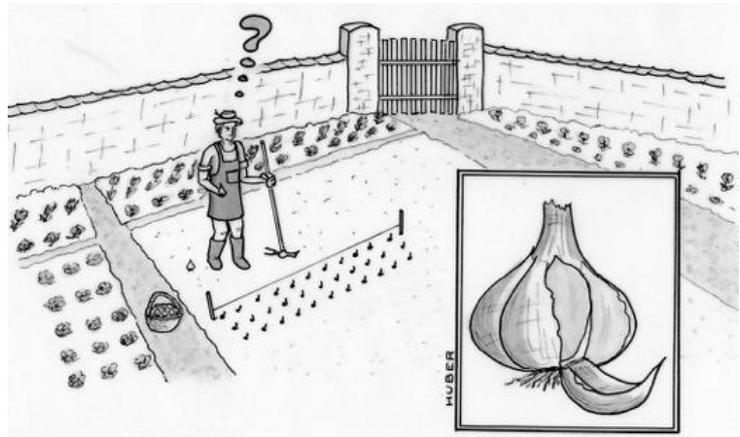


# Klasse 10

## Aufgabe 11 5 Punkte Nachhaltig

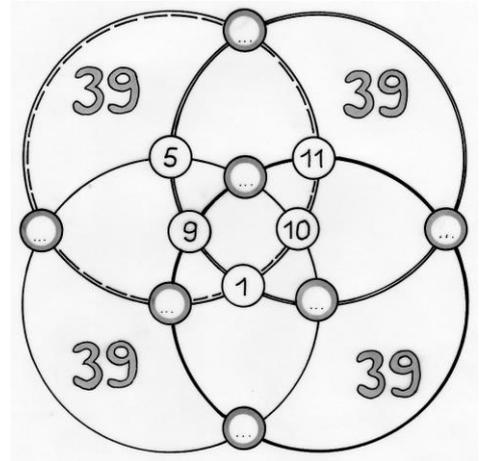
Richard braucht in jedem Jahr insgesamt dreißig ganze Knoblauchknollen zum Kochen. Jede Knolle besteht aus sechs Knoblauchzehen. Aus jeder Knoblauchzehe, die im Herbst gepflanzt wird, wächst bis zum nächsten Sommer eine Knolle. Richard pflanzt nur seine eigenen Knoblauchzehen ein.

**Wie viele Knoblauchzehen muss Richard jedes Jahr pflanzen, um bei der Ernte genügend Knoblauch zum Kochen und zum Wieder-Einpflanzen zu erhalten, damit er seinen Knoblauch-Anbau nachhaltig fortführen kann? Erklärt eure Überlegungen.**



## Aufgabe 12 7 Punkte Eingekreist

Setzt 2, 3, 4, 6, 7, 8 und 12 so in die freien Felder, dass die Summe der Zahlen entlang jeder der vier Kreislinien 39 ergibt.



## Aufgabe 13 10 Punkte Kein $\pi$ , ja wie?

Die Abbildung zeigt eine Rosette, die aus einem regelmäßigen Sechseck konstruiert wurde. Um den Inhalt der grauen Fläche zu berechnen, wird sie in sechs Teile zerschnitten. (siehe Abbildung) Diese sechs Teile kann man zu einem Rechteck zusammensetzen.

**Stellt für einen Kreis mit Radius 6 cm dieses Puzzle her. Klebt das Rechteck auf euer Antwortblatt. Berechnet die Seitenlängen des Rechtecks. Berechnet den Inhalt der grauen Fläche.**

