



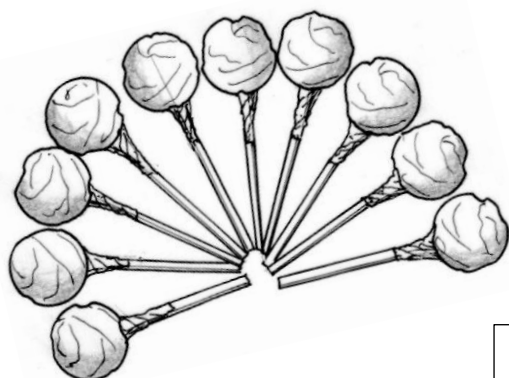
Probewettbewerb 2025/26

- ✓ Für jede Aufgabe, auch für eine nicht bearbeitete, ist ein Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- ✓ Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden berücksichtigt.
- ✓ Die Sorgfalt der Darstellung sowie Qualität und Präzision der Begründungen werden mit bewertet.

Aufgabe 1 7 Punkte Der letzte Lolli

Isabelle et Théo jouent avec dix sucettes sur une table. À tour de rôle, chacun doit en enlever une, deux ou trois. La personne qui peut prendre la dernière sucette a gagné. Isabelle commence. Après un certain nombre de parties, c'est toujours elle qui gagne.

Jouer à ce jeu plusieurs fois et trouver la stratégie qui a permis à Isabelle de gagner à chaque fois. Expliquer.



Mathématiques
SANS
Frontières

Verfasst in einer der vier Fremdsprachen einen Lösungstext mit mindestens 30 Wörtern.

Isabelle and Théo are playing with ten lollipops on a table. Each player takes turns removing one, two or three. The person who can take the last lollipop wins. Isabelle starts. After a certain number of rounds, she always wins.

Play this game several times and find the strategy that allowed Isabelle to win each time. Explain.

Isabelle y Théo juegan con diez piruletas sobre una mesa. Por turno, cada uno tiene que coger una, dos o tres. La persona que puede coger la última piruleta ha ganado. Empieza Isabelle. Después de unas cuantas partidas, siempre gana ella.

Jugad a este juego varias veces y encontrad la estrategia que permite a Isabelle ganar siempre. Justifica tu respuesta.

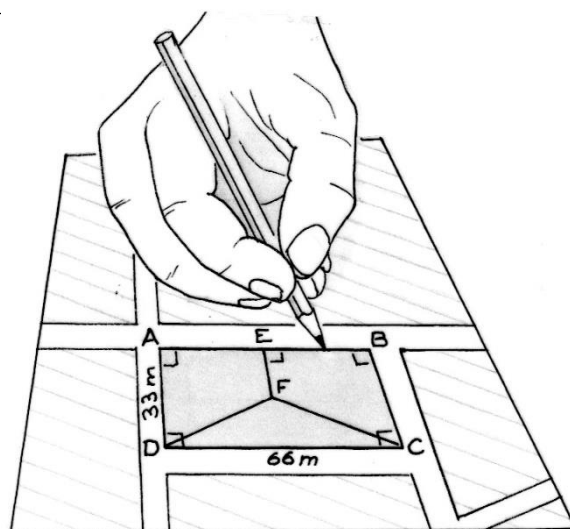
Isabelle e Théo giocano con dieci lecca-lecca su un tavolo. A turno ciascuno deve toglierne uno, due o tre. Vince chi può prendere l'ultimo lecca-lecca. Isabelle inizia il gioco. Dopo un certo numero di partite, è Isabelle che vince sempre.

Giocate più volte a questo gioco, individuate la strategia che ha permesso a Isabelle di vincere ogni volta e spiegate il vostro ragionamento.

Aufgabe 2 5 Punkte Gerecht teilen

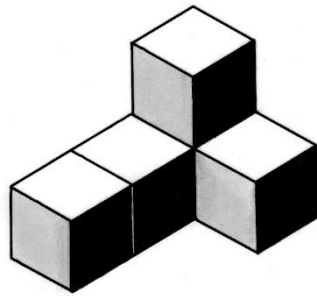
Ein rechteckiges Grundstück ist 66 m lang und 33 m breit. Es wird, wie in der Abbildung ersichtlich, in drei flächengleiche Parzellen unterteilt. Die Strecken EF und AB sind orthogonal.

Berechnet die Länge der Strecke EF.



Aufgabe 3 7 Punkte
Optische Täuschung

Die Abbildung zeigt elf Rauten
- vier weiße, vier schwarze und drei
graue. Rauten im selben Farbton sind
gleich orientiert (in dieselbe Richtung
gedreht).
Die Rauten sind so angeordnet, dass
wir vier Würfel in perspektivischer
Darstellung sehen.



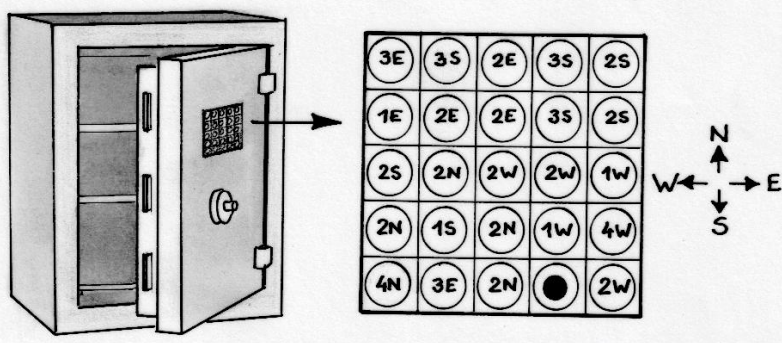
Ordnet auf diese Art 24 Rauten - zwölf weiße, sieben schwarze und fünf graue - so an, dass man zwölf Würfel in perspektivischer Darstellung sieht.

Im Anhang findet ihr isometrisches Rauten-Papier.

Aufgabe 5 7 Punkte
Rückwärts-Tasten

Der unten abgebildete Safe kann nur geöffnet werden, wenn alle Tasten in der richtigen Reihenfolge gedrückt wurden. Auf jeder Taste steht, wie man zur nächsten Taste gelangt. Zum Beispiel bedeutet 4N, dass man 4 Felder nach Norden gehen muss. S steht für Süden, W für Westen und E für Osten. Die letzte Taste, die man drücken muss, damit der Safe sich öffnet, ist mit einem schwarzen Punkt markiert.

Findet heraus, welche Taste zuerst gedrückt werden muss.



Aufgabe 6 5 Punkte
Mehr als Quadratzahlen

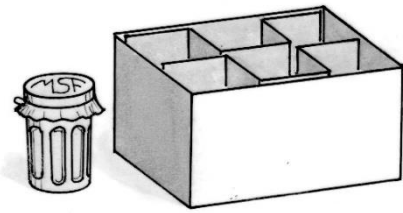
Die Skizze zeigt die Konstruktion der ersten vier Fünfeckszahlen. Man erhält die Fünfeckszahlen, wenn man bei jeder Figur die Punkte zählt.

Die ersten Fünfeckszahlen sind also 1, 5, 12, 22 ... und so weiter.

Konstruiert auf dieselbe Art die ersten vier Sechseckszahlen.

Aufgabe 4 5 Punkte
Kein Rappeln im Karton

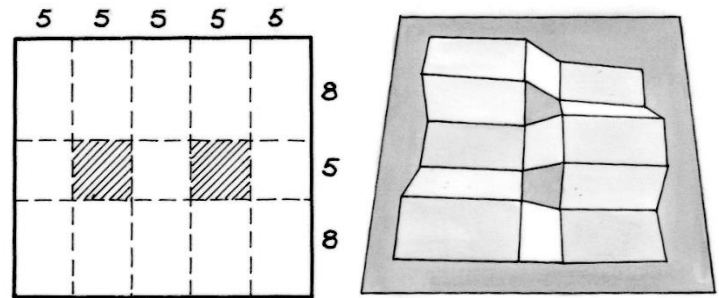
Um Marmeladengläser für den Transport gut zu verpacken, verwendet eine Firma für jede Schachtel eine Einlage, die die Marmeladengläser voneinander trennt. (siehe Skizze rechts oben)



Diese Einlage entsteht aus einem rechteckigen Stück Pappe durch Ausstanzen und Auffalten.

Die Einlage besteht aus zehn Rechtecken mit den Seitenlängen 8 cm und 5 cm sowie aus drei Quadraten der Seitenlänge 5 cm (siehe Skizze links unten; die beiden grau schraffierten Quadrate wurden ausgestanzt.)

Die Skizze rechts unten zeigt, wie die Einlage gefaltet wird.

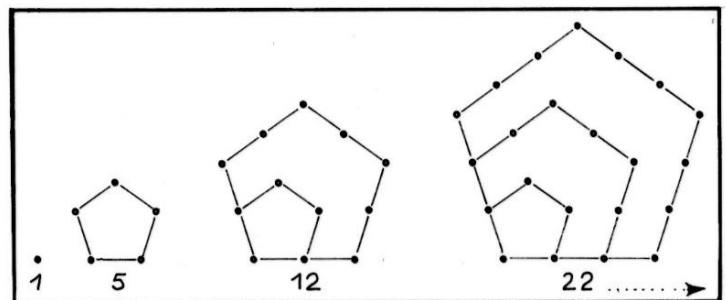


Stellt aus Papier die Einlage und die Schachtel her.

Gebt die Maße der Schachtel an.

Übergibt eurem Lehrer/ eurer Lehrerin die Schachtel mit der eingesetzten Einlage.

Mathématiques
SANS
Frontières



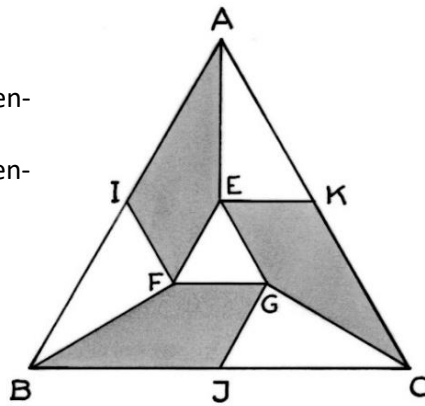
Die Zahl 231 ist die elfte Sechseckszahl.

Was ist die zwölfte Sechseckszahl?

Erklärt eure Antwort durch eine Rechnung.

Aufgabe 7 7 Punkte
Logo

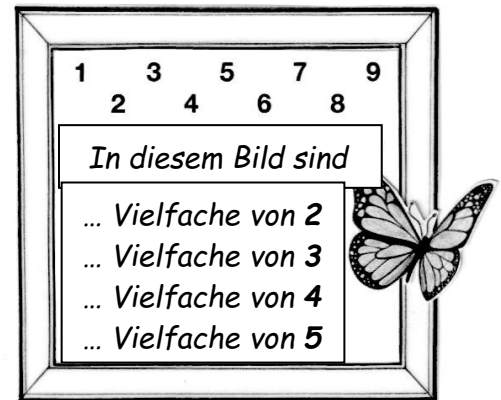
Rechts seht ihr ein Logo.
Das Dreieck ABC ist gleichseitig.
Die Punkte I, J und K sind die Seitenmitten im Dreieck ABC.
Die Punkte E, F und G sind die Seitenmitten im Dreieck IJK.



Zeichnet das Logo.

**Angenommen, der Flächeninhalt des Dreiecks ABC beträgt 1 dm^2 :
Wie groß ist dann der Gesamtflächeninhalt der grauen Logo-Flächen?**

Aufgabe 8 5 Punkte
Zahlenbild



Setzt in jeder Zeile des Textes für die drei Punkte eine Zahl so ein, dass alle Aussagen richtig sind.

Klebt das Bild mit den von euch eingesetzten Zahlen auf das Antwortblatt.

Aufgabe 9 7 Punkte
Verdeckte Zahl

Gabin schreibt auf drei Karten je eine zweistellige Zahl.
Er legt die drei Karten nebeneinander und erhält eine sechsstellige Zahl.
Gabin notiert auf einem Blatt Papier alle sechsstelligen Zahlen, die er erhalten kann, wenn er die drei Karten nebeneinanderlegt.
Die Summe dieser von Gabin notierten Zahlen beträgt 1 434 342.

Auf einer Karte steht 12 und auf einer anderen Karte steht 25.
Die Zahl auf der dritten Karte ist verdeckt.

Bestimmt die Zahl auf der dritten Karte.

Erklärt, wie ihr vorgegangen seid.



Aufgabe 10 10 Punkte
Arena

Rechts seht ihr den Grundriss einer römischen Arena mit zwei ovalen Umrundungslinien – einer inneren und einer äußeren.

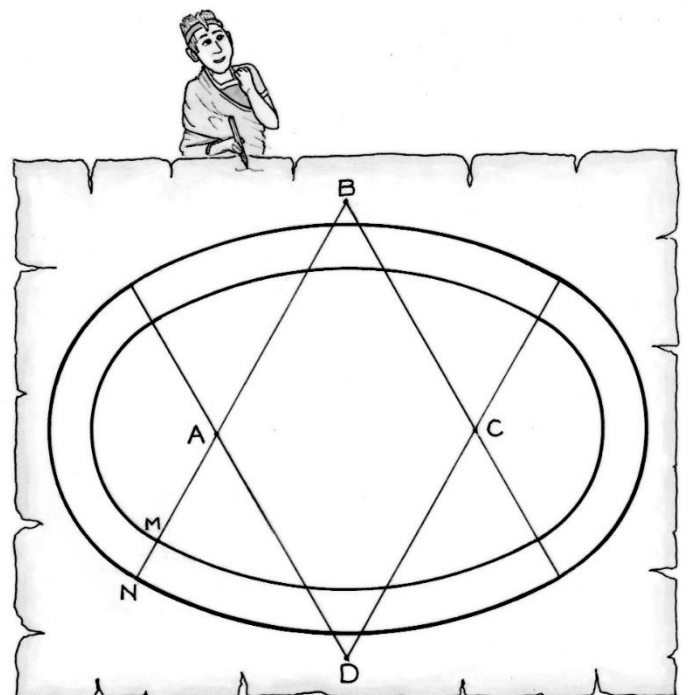
Beide Umrundungslinien bestehen aus je vier Kreisbögen um die Kreismittelpunkte A, B, C und D.

Der Abstand der beiden Umrundungslinien voneinander ist überall gleich.

Die Dreiecke ABC und ACD sind gleichseitig.

Zeichnet den Grundriss der Arena für folgende Streckenlängen: $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$, $\overline{AM} = 3 \text{ cm}$ und $\overline{AN} = 4 \text{ cm}$.

Berechnet für die angegebenen Streckenlängen die Längendifferenz von äußerer und innerer Umrundungslinie.



Klasse 10

Aufgabe 11 5 Punkte Augensummen

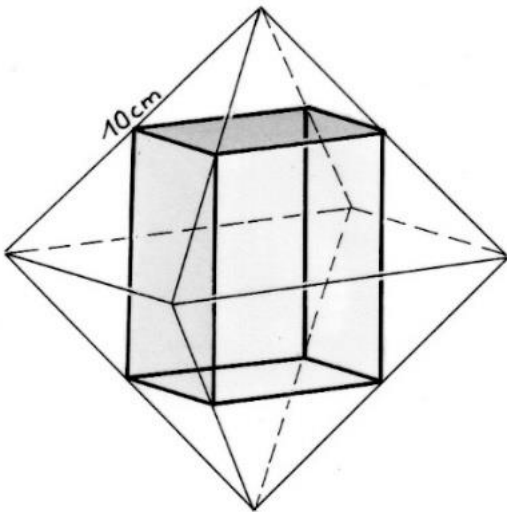
Wenn man drei Spielwürfel wirft und die Augenzahlen addiert, kann man Augensummen zwischen 3 und 18 erhalten. Zwei von diesen Augensummen erhält man mit einer größeren Wahrscheinlichkeit als die anderen.

**Auf welche Augensummen würdet ihr wetten?
Begründet eure Antwort.**



Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 13 10 Punkte Quader im platonischen Körper



In einem regelmäßigen Oktaeder der Kantenlänge 10 cm befindet sich ein Quader.
Die Eckpunkte des Quaders liegen auf den Kantenmitten des Oktaeders.

Aufgabe 12 7 Punkte A gmahde Wiesen

Titus hat zwei Wiesen, eine große und eine kleine. Die große Wiese ist doppelt so groß wie die kleine.

Titus mäht nicht gern, und deshalb wollen seine Freunde die Wiesen für ihn mähen. Sie treffen sich morgens und arbeiten bis zur Mittagspause alle in der großen Wiese. Nach der Mittagspause geht die Hälfte der Freunde zur kleinen Wiese und mäht dort. Die anderen mähen weiterhin die große Wiese und werden genau zum Abendessen damit fertig.

Die kleine Wiese ist dann noch nicht ganz zu Ende gemäht, aber alle hören gleichzeitig mit der Arbeit auf.

Titus, der den ganzen Tag nicht mähen musste, ist so dankbar für die Hilfsbereitschaft seiner Freunde und von ihrer Tatkraft so motiviert, dass er am nächsten Tag die kleine Wiese ganz allein zu Ende mäht. Er braucht dafür den ganzen Tag – Vormittag und Nachmittag.

Wir gehen davon aus, dass

- alle Freunde gleich schnell gearbeitet haben
- alle Freunde am Vormittag so lange gearbeitet haben wie am Nachmittag.
- Titus genauso schnell, und vormittags wie nachmittags auch genauso lang gearbeitet hat wie seine Freunde.

Wie viele Freunde sind gekommen, um Titus' Wiesen zu mähen? Begründet eure Antwort.

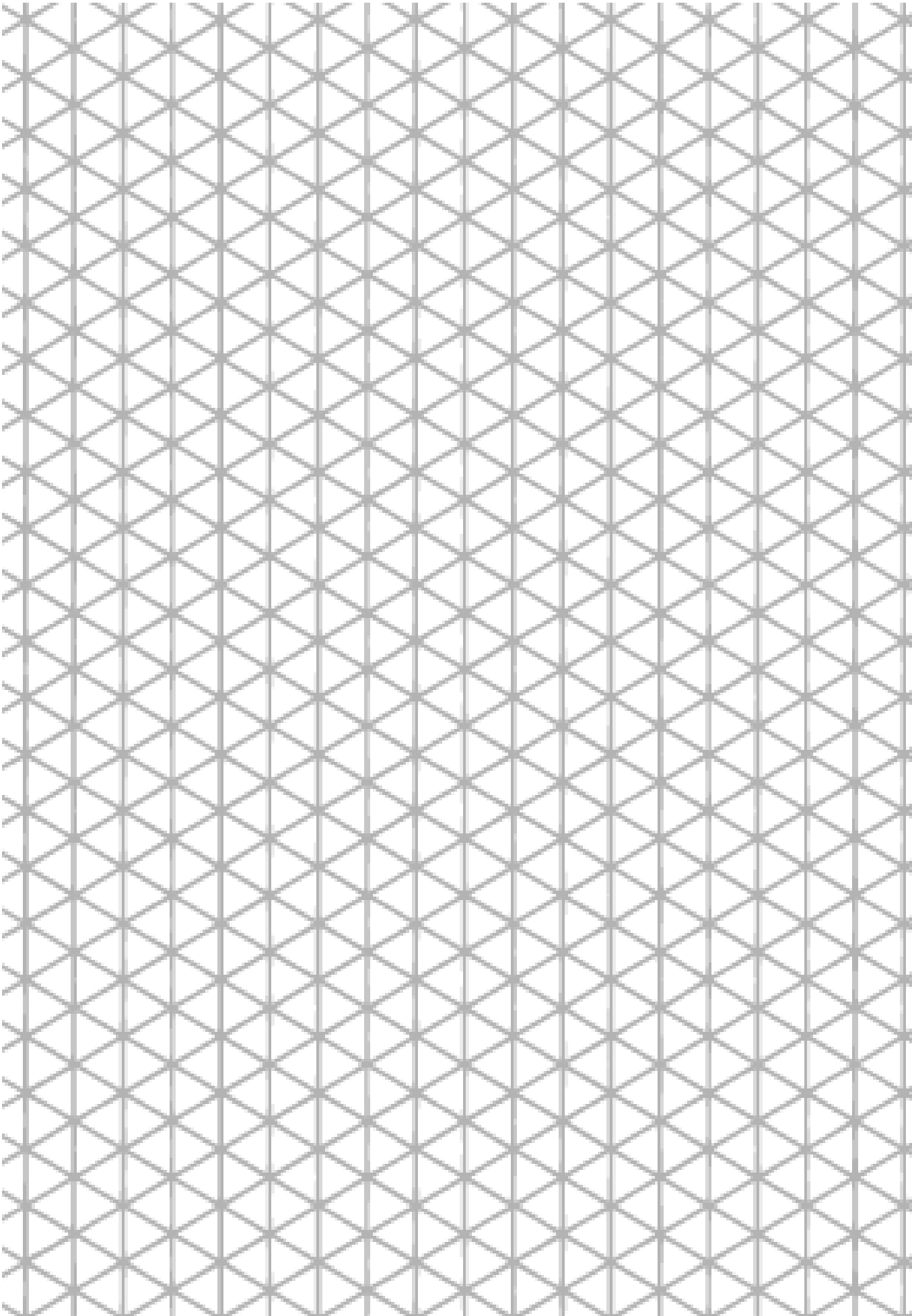


Berechnet die Kantenlängen des Quaders.

Erklärt eure Rechnung.

Berechnet den Prozentsatz des Quadervolumens am Volumen des Oktaeders.

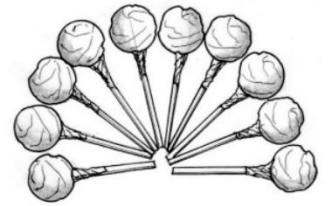
Anhang: Für Aufgabe 3



Probewettbewerb 2025/ 2026

Lösungshinweise und Bewertungsvorschläge

Aufgabe 1 – Der letzte Lolli – 7 Punkte –



Wenn vier Lollis übrigbleiben und Theo an der Reihe ist, hat Isabelle gewonnen, denn

- wenn Theo einen Lolli nimmt, nimmt sie die letzten drei.
- wenn Theo zwei Lollis nimmt, nimmt sie die letzten zwei.
- wenn Theo drei Lollis nimmt, nimmt sie die den letzten Lolli.

Das Ziel ist also, dass vier Lollis übrig sind, wenn Theo zum letzten Mal an der Reihe ist.

Das Ziel wird erreicht, wenn Isabelle Theo bei jedem Zug ein Vielfaches von 4 an Lollis übriglässt.

Gewinnstrategie:

Isabelle nimmt zu Beginn des Spiels zwei Lollis weg, lässt Theo also acht Lollis übrig.

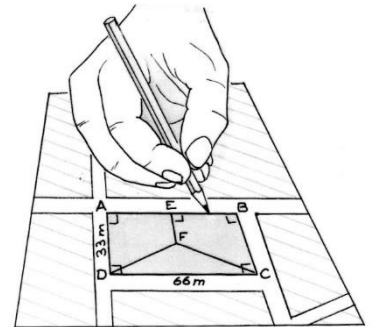
Beim nächsten Zug nimmt Isabelle so viele Lollis weg, dass für Theo vier Lollis übrigbleiben.

Damit hat sie gewonnen.

Bewertungsvorschlag:

4 Punkte für die Gewinnstrategie mit Erklärung

3 Punkte für die sprachliche Qualität



Aufgabe 2– Gerecht teilen – 5 Punkte –

Beide Trapeze haben eine Seite, die 33m lang ist (AD bzw. BC).

Wenn die Trapeze flächengleich sind, dann sind auch die entsprechenden Höhen AE und EB gleich lang => E ist der Mittelpunkt der Strecke AB.

Flächeninhalt der beiden Trapeze: $\frac{(\overline{AD} + \overline{EF}) \cdot \overline{AE}}{2}$

Flächeninhalt des Dreiecks mit der Grundseite DC und der Höhe $h = \overline{AD} - \overline{EF}$: $\frac{\overline{DC} \cdot (\overline{AD} - \overline{EF})}{2}$

Der Flächeninhalt der Trapeze und der Flächeninhalt des Dreiecks sind gleich groß:

$$\frac{(\overline{AD} + \overline{EF}) \cdot \overline{AE}}{2} = \frac{\overline{DC} \cdot (\overline{AD} - \overline{EF})}{2}$$

Mit $\overline{AD} = \overline{AE} = 33$, $\overline{DC} = 66$ und nach Multiplikation der Gleichung mit 2 erhält man

$$(33 + \overline{EF}) \cdot 33 = 66 \cdot (33 - \overline{EF}) \quad | :33$$

$$33 + \overline{EF} = 2 \cdot (33 - \overline{EF})$$

$$33 + \overline{EF} = 66 - 2 \overline{EF} \quad | -33 ; + 2 \overline{EF}$$

$$3 \overline{EF} = 33 \quad \Rightarrow \overline{EF} = 11$$

Die Strecke EF ist 11 m lang.

Bewertungsvorschlag:

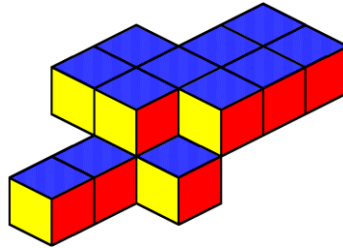
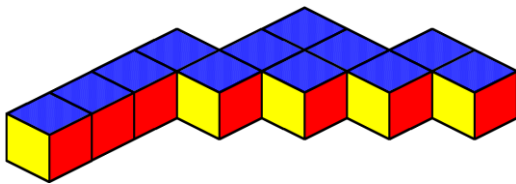
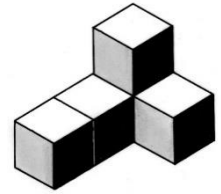
2 Punkte für „E ist der Mittelpunkt der Strecke AB“ mit Erklärung

3 Punkte für die Rechnung und die Lösung 11 cm

Aufgabe 3 – Optische Täuschung – 7 Punkte –

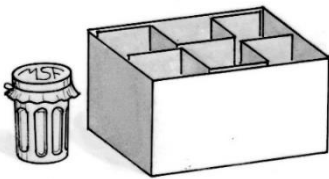
Es gibt sehr viele mögliche Lösungen.

Hier eine „einstöckige“ und eine „zweistöckige“.



Bewertungsvorschlag:

7 Punkte für eine korrekte Lösung
Teilpunkte für richtige Lösungsansätze



Aufgabe 4 – Kein Rappeln im Karton – 5 Punkte –

Die Schachtel hat die folgenden Maße: Länge 15 cm, Breite 10 cm und Höhe 8 cm.

Bewertungsvorschlag:

2,5 Punkte für das Anfertigen von Schachtel und Einlage sowie das Einsetzen der Einlage
1,5 Punkte für die Maße der Schachtel (0,5 Punkte für jede Länge)
1 Punkt für die Sorgfalt beim Anfertigen von Schachtel und Einlage

Aufgabe 5 – Rückwärts-Tasten – 7 Punkte –

Keine Anweisung in der letzten Zeile führt zur schwarzen Taste. Daher muss die entsprechende Anweisung in derselben Spalte wie die schwarze Taste gesucht werden. Die Anweisung 3S (2. Zeile, 4. Spalte) führt drei Felder nach Süden und damit zur schwarzen Taste.

Genauso sucht man dann in derselben Zeile oder derselben Spalte wie die Taste 3S eine Anweisung, die zu dieser Taste 3S führt, und findet 2E (2. Zeile, 2. Spalte).

So arbeitet man sich rückwärts über alle Tasten bis zur ersten Taste vor, die gedrückt werden muss. Dabei ergibt sich die Tastenfolge

3S, 2E, 1E, 2N, 4W, 2S, 2E, 2N, 1W, 3S, 3E, 4N, 2S, 2W, 2N, 2W, 3E, 1S, 3S, 2N, 2W, 1W, 2S, 2E.

Die Taste 2E (1. Zeile, 3. Spalte) muss zuerst gedrückt werden.

Bemerkung: Keine Anweisung in der ersten Zeile oder der dritten Spalte führt auf diese Taste 2E.

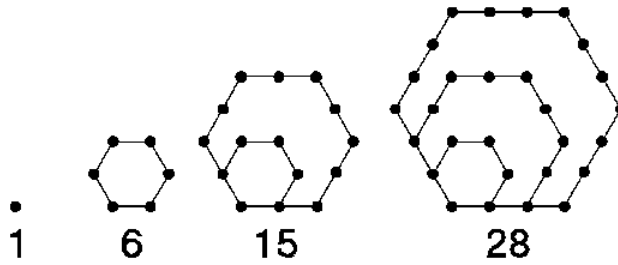
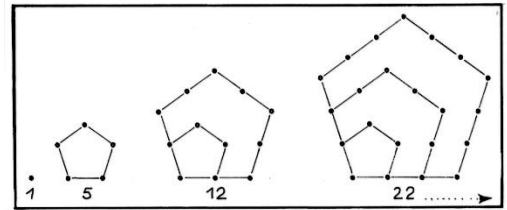


Bewertungsvorschlag:

7 Punkte für die Taste, die zuerst gedrückt werden muss.
Teilpunkte, wenn die Tastenfolge nur teilweise korrekt ist

Aufgabe 6 – Mehr als Quadratzahlen – 5 Punkte –

Konstruktion der ersten vier Sechseckszahlen :



$$1 + 5 = 6 \quad 6 + 9 = 15 \quad 15 + 13 = 28$$

$$5 + \underline{4} = 9 \quad 9 + \underline{4} = 13$$

Vermutung: Die Differenz zweier aufeinanderfolgender Sechseckszahlen steigt immer um 4.

Die Konstruktion weiterer Sechseckszahlen bestätigt die Vermutung.

Anschauliche Erklärung (nicht verlangt; gilt ab Figur 3): Bei der n -ten Figur werden bei zwei Sechseckseiten alle n Punkte neu gezeichnet, bei zwei Sechseckseiten jeweils alle n Punkte bis auf die beiden Eckpunkte, und ein Eckpunkt muss noch zusätzlich gezeichnet werden.

Zusätzliche Punkte bei der n -ten Figur: $2n + 2(n-2) + 1 = 2n + 2n - 4 + 1 = 4n - 3 \quad (= 4(n-1) + 1)$

Die folgende Tabelle zeigt die ersten 15 Sechseckszahlen sowie, in Zeile 2, die Differenz jeder Sechseckszahl zu ihrer Vorgängerzahl.

Nummer n der Sechseckszahl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Differenz zur Vorgängerzahl ($4n-3$)	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45	49	53	57
Sechseckszahl	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190	231	276	325	378	435

Rechnung für die 12. Sechseckszahl:

$$231 + 4 \cdot 12 - 3 = 276 \quad (\text{oder } 231 + 4 \cdot 11 + 1 = 276) \quad \rightarrow \text{Die 12. Sechseckszahl ist 276.}$$

Bemerkung: Es wird auch akzeptiert, wenn die SchülerInnen die 12. Sechseckszahl schrittweise berechnen.

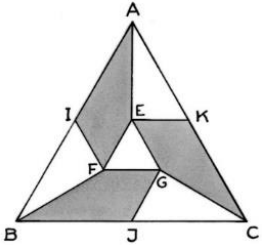
Bewertungsvorschlag:

3 Punkte für die Konstruktion der ersten vier Sechseckszahlen
(1 Punkt für 1 und 6, 1 Punkt für 15, 1 Punkt für 18)

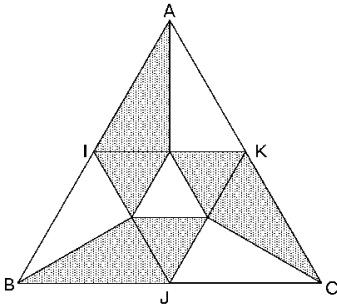
1 Punkt für die 12. Sechseckszahl

1 Punkt für die Erklärung

Aufgabe 7 – LOGO – 7 Punkte –



Der Trick besteht im Einzeichnen geeigneter Hilfslinien (siehe Figur links unten).
 So wird das Ausgangsdreieck in vier kongruente gleichseitige Teildreiecke unterteilt.
 Das Teildreieck IJK in der Mitte wird nochmals in vier kongruente gleichseitige Dreiecke unterteilt.



Wenn der Flächeninhalt des Ausgangsdreiecks 1 dm^2 beträgt, gilt:

- Der Flächeninhalt der drei grauen rechtwinkligen Dreiecke (jeweils ein halbes Teildreieck) beträgt jeweils ein Achtel von 1 dm^2 , also $12,5 \text{ cm}^2$.
- Der Flächeninhalt der drei grauen gleichseitigen Dreiecke (jeweils ein Viertel Teildreieck) beträgt jeweils ein Sechzehntel von 1 dm^2 , also $6,25 \text{ cm}^2$

Der Gesamtflächeninhalt der grauen Logo-Flächen beträgt $3 \cdot 2,5 \text{ cm}^2 + 3 \cdot 6,25 \text{ cm}^2 = 56,25 \text{ cm}^2$.

Bewertungsvorschlag:
 3 Punkte für die Zeichnung
 4 Punkte für den Gesamtflächeninhalt der grauen Logo-Flächen

Aufgabe 8 – Zahlenbild – 5 Punkte –

Es gibt zwei mögliche Lösungen:

1	3	5	7	9
2	4	6	8	

In diesem Bild sind

9 Vielfache von 2

6 Vielfache von 3

4 Vielfache von 4

2 Vielfache von 5

1	3	5	7	9
2	4	6	8	

In diesem Bild sind :

7 Vielfache von 2

5 Vielfache von 3

4 Vielfache von 4

3 Vielfache von 5

Bewertungsvorschlag:
 5 Punkte für eine richtige Lösung
 Teilpunkte für richtige Lösungsansätze

Aufgabe 9 – Verdeckte Zahl – 7 Punkte –



Es gibt sechs Möglichkeiten, die drei Karten anzuordnen.
Gabin kann also sechs verschiedene sechstellige Zahlen erhalten.
Sei a die Zehnerziffer und b die Einerziffer der verdeckten Zahl.
Dann ergeben sich die folgenden 6 Zahlen:

12 ab 25
12 25 ab
25 ab 12
25 12 ab
ab 12 25
ab 25 12

In jeder der drei Spalten ergibt die Summe $74 + 2(ab)$. ($(ab) = 10a + b$)
Für die Summe der sechs Zahlen gilt also

$$(74 + 2(ab)) \cdot 1 + (74 + 2(ab)) \cdot 100 + (74 + 2(ab)) \cdot 10\,000 = 1\,434\,342$$

$$(74 + 2(ab)) \cdot (10\,000 + 100 + 1) = 1\,434\,342$$

$$(74 + 2(ab)) \cdot 10\,101 = 1\,434\,342 \quad | :10\,101$$

$$74 + 2(ab) = 142 \quad | -74$$

$$2(ab) = 68 \quad | :2$$

$$(ab) = 34$$

Die Zahl auf der dritten Karte ist 34.

Bewertungsvorschlag:

1 Punkt für „Gabin kann sechs Zahlen erhalten“.

6 Punkte für die Lösung 34 mit Erklärung.

(Volle Punktzahl, falls die Lösung durch Probieren gefunden wurde und gut dokumentiert ist)

Teilpunkte für richtige Lösungsansätze

Aufgabe 10 – Arena – 10 Punkte –

Innere Umrandungslinie

Da die Dreiecke ACB und ADC gleichseitig sind, haben die Kreisausschnitte um die Mittelpunkte B und D jeweils einen Öffnungswinkel von 60° .

Der Radius der Kreisbögen beträgt 9 cm ($\overline{AB} + \overline{AM}$)

Summe der Bogenlängen beider Kreisausschnitte:

$$2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 9 \text{ cm} = 6\pi \text{ cm}$$

Die Kreisausschnitte um die Mittelpunkte A und C haben jeweils einen Öffnungswinkel von 120° ($(360^\circ - 2 \cdot 60^\circ) : 2$).

Der Radius der Kreisbögen beträgt 3 cm (\overline{AM})

Summe der Bogenlängen beider Kreisausschnitte:

$$2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 3 \text{ cm} = 4\pi \text{ cm}$$

Gesamtlänge der inneren Umrandungslinie:

$$4\pi \text{ cm} + 6\pi \text{ cm} = \mathbf{10\pi \text{ cm} \approx 31,4 \text{ cm}}$$

Äußere Umrandungslinie

Die Kreisausschnitte um die Mittelpunkte B und D jeweils einen Öffnungswinkel von 60° .

Der Radius der Kreisbögen beträgt 10 cm ($\overline{AB} + \overline{AN}$)

Summe der Bogenlängen beider Kreisausschnitte:

$$2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 10 \text{ cm} = \frac{20}{3}\pi \text{ cm}$$

Die Kreisausschnitte um die Mittelpunkte A und C haben jeweils einen Öffnungswinkel von 120° .

Der Radius der Kreisbögen beträgt 4 cm (\overline{AN})

Summe der Bogenlängen beider Kreisausschnitte:

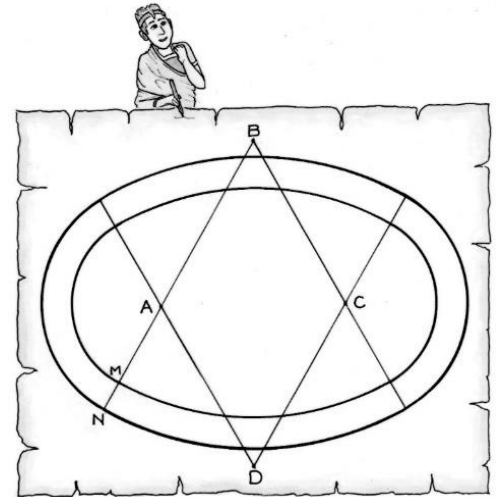
$$2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 4 \text{ cm} = \frac{16}{3}\pi \text{ cm}$$

Gesamtlänge der äußeren Umrandungslinie:

$$\frac{16}{3}\pi \text{ cm} + \frac{20}{3}\pi \text{ cm} = \frac{36}{3}\pi \text{ cm} = \mathbf{12\pi \text{ cm} \approx 37,7 \text{ cm}}$$

Längendifferenz von innerer und äußerer Umrandungslinie:

$$\mathbf{12\pi \text{ cm} - 10\pi \text{ cm} = 2\pi \text{ cm} \approx 6,3 \text{ cm.}}$$



Bewertungsvorschlag:

4 Punkte für die Zeichnung, davon 1 Punkt für die Sorgfalt der Darstellung

2,5 Punkte für die Länge der inneren Umrandungslinie

2,5 Punkte für die Länge der äußeren Umrandungslinie

1 Punkt für die Längendifferenz

Aufgabe 11 – Augensumme – 5 Punkte –



Beim Werfen von drei Spielwürfeln gibt es $216 (= 6^3)$ mögliche Ergebnisse.

Alle Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich.

In der Tabelle ist für jede mögliche Augensumme aufgeführt, mit welchen Kombinationen von drei Augenzahlen man diese Summe erhalten kann.

Für jede Kombination von drei Augenzahlen ist in der Spalte rechts daneben (*Ergebnisse*) die Anzahl der Ergebnisse mit diesen drei Augenzahlen angegeben. Für eine Kombination von drei gleichen Augenzahlen gibt es ein Ergebnis, für eine Kombination von drei verschiedenen Augenzahlen gibt es sechs Ergebnisse und für eine Kombination mit genau zwei gleichen Augenzahlen gibt es drei Ergebnisse.

Die letzte Spalte zeigt für jede Augensumme die Gesamtanzahl der Würfelergebnisse mit dieser Augensumme an.

Augensumme	Augenzahlen	Ergebnisse	Augenzahlen	Ergebnisse	Augenzahlen	Ergebnisse	Augenzahlen	Ergebnisse	Augenzahlen	Ergebnisse	Augenzahlen	Ergebnisse	Ergebnisse insgesamt
3	111	1											1
4	112	3											3
5	113	3	122	3									6
6	114	3	123	6	222	1							10
7	115	3	124	6	133	3	223	3					15
8	116	3	125	6	134	6	224	3	233	3			21
9	126	6	135	6	144	3	225	3	234	6	333	1	25
10	136	6	145	6	226	3	235	6	244	3	334	3	27
11	146	6	155	3	236	6	245	6	335	3	344	3	27
12	156	6	246	6	255	3	336	3	345	6	444	1	25
13	166	3	256	6	346	6	355	3	445	3			21
14	266	3	356	6	446	3	455	3					15
15	366	3	456	6	555	1							10
16	466	3	556	3									6
17	566	3											3
18	666	1											1

Für die Augensummen 10 und 11 gibt es die meisten Ergebnisse (27).

Diese beiden Augensummen sind am wahrscheinlichsten.

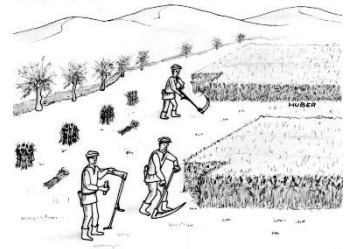
Man sollte auf die Augensummen 10 und 11 wetten.

Bewertungsvorschlag:

3 Punkte für die beiden Augensummen 10 und 11 (1,5 Punkte pro Augensumme)

2 Punkte für die Erklärung

Aufgabe 12 – Gmahde Wiesen – 7 Punkte –



Sei

- ✓ n die Anzahl der Freunde
- ✓ f die Fläche, die von einer Person an einem halben Tag gemäht wird
- ✓ s die Fläche der kleinen Wiese -> Dann ist $2s$ die Fläche der großen Wiese.

Vormittags arbeiten alle n Freunde auf der großen Wiese, nachmittags nur die Hälfte der n Freunde. Die Wiese wird genau bis zum Abend fertig.

Damit gilt für die Fläche $2s$ der großen Wiese:

$$n \cdot f + \frac{n \cdot f}{2} = 2s$$

Die kleine Wiese wird nachmittags von der Hälfte der n Freunde und am gesamten folgenden Tag von Titus allein gemäht.

Damit gilt für die Fläche s der kleinen Wiese:

$$\frac{n \cdot f}{2} + 2f = s \quad | \cdot 2$$

$$2 \cdot \left(\frac{n \cdot f}{2} + 2f \right) = 2s$$

Gleichsetzen:

$$n \cdot f + \frac{n \cdot f}{2} = 2 \cdot \left(\frac{n \cdot f}{2} + 2f \right)$$

$$n \cdot f + \frac{n \cdot f}{2} = n \cdot f + 4f \quad | - n \cdot f$$

$$\frac{n \cdot f}{2} = 4f \quad | : f$$

$$\frac{n}{2} = 4 \Rightarrow n = 8$$

Acht Freunde sind gekommen, um Titus' Wiesen zu mähen.

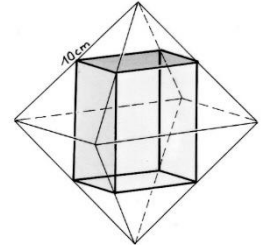
Bewertungsvorschlag:

7 Punkte für die richtige Lösung mit Erklärung

(Volle Punktzahl, falls die Lösung durch Probieren gefunden wurde und gut dokumentiert ist)

Teilpunkte für richtige Lösungsansätze

Aufgabe 13 – Quader im platonischen Körper – 10 Punkte –



Höhe der dreieckigen Seitenflächen des Oktaeders mit Pythagoras:

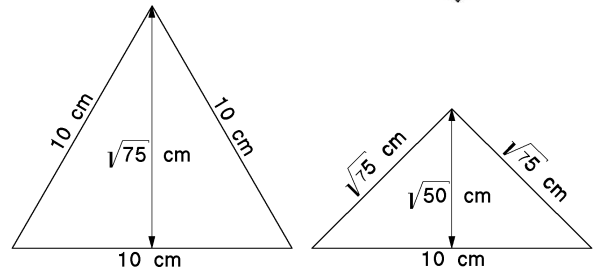
$$h_o^2 = 10^2 - 5^2 = 75$$

$$h_o = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ [cm]}$$

Höhe einer Pyramide mit Pythagoras:

$$h_p^2 = 75 - 5^2 = 50$$

$$h_p = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ [cm]}$$



Volumen des Oktaeders (Doppelpyramide):

$$2 \cdot \frac{10^2 \cdot 5\sqrt{2}}{3} = \frac{1000\sqrt{2}}{3} \approx 471,4 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Die Eckpunkte des Quaders liegen auf den Kantenmitten des Oktaeders. Daher sind die horizontal gelegenen Kanten des Quaders 5 cm lang (Strahlensätze in den Seitendreiecken des Oktaeders), und die halbe Quaderhöhe ist halb so groß wie die Höhe einer Pyramide (Strahlensätze im Dreieck rechts oben). Die Höhe des Quaders ist also gleich der Höhe einer Pyramide ($5\sqrt{2}$ cm).

Volumen des Quaders:

$$5 \cdot 5 \cdot 5\sqrt{2} = 125\sqrt{2} \approx 176,8 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Verhältnis von Quadervolumen zu Oktaedervolumen:

$$\frac{125\sqrt{2}}{\frac{1000\sqrt{2}}{3}} = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5 \%$$

Der Quader hat die Länge 5 cm, die Breite 5 cm und die Höhe $5\sqrt{2}$ cm.

Der Prozentsatz des Quadervolumens am Volumen des Oktaeders beträgt 37,5%.

Bewertungsvorschlag:

- 3 Punkte für die Höhe einer Pyramide.
- 4 Punkte für die Kantenlängen des Quaders mit Erklärung
- 1 Punkt für das Volumen des Oktaeders
- 1 Punkt für das Volumen des Quaders
- 1 Punkt für den Prozentsatz