

# Probewettbewerb 2022/ 2023

## Lösungshinweise Bewertungsvorschläge

### Aufgabe 1 – Fahrradschloss – 7 Punkte -

Von 000 bis 999 gibt es 1 000 mögliche Zahlencodes für das Fahrradschloss.  
Mit 2 Sekunden pro Versuch kann Amandine in 90 Minuten 900 Zahlencodes testen.

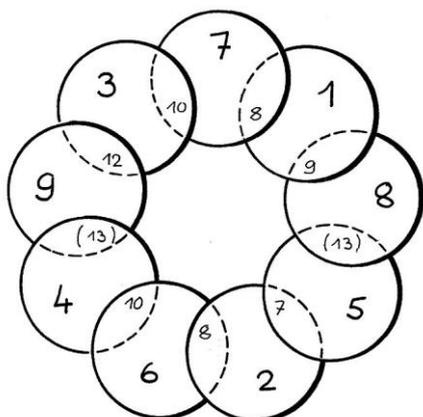
**Die Wahrscheinlichkeit, den richtigen Code innerhalb einer halben Stunde zu finden, beträgt also 90%.**

**Amandine hat sehr gute Chancen, den Code in weniger als einer halben Stunde zu finden.**

#### **Bewertungsvorschlag:**

3 Punkte für die sprachliche Qualität  
4 Punkte für die Lösung mit Erklärung

### Aufgabe 2 – Steinkreis – 5 Punkte -

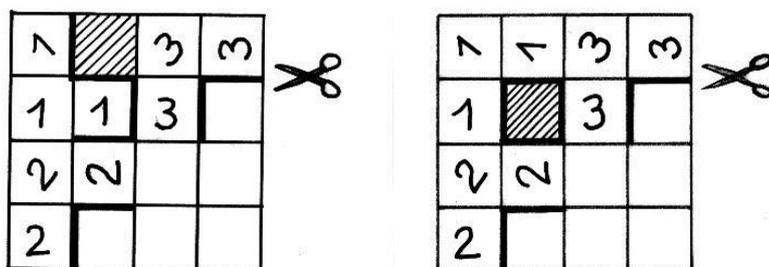


#### **Bewertungsvorschlag:**

0,5 Punkte für einen Lösungsversuch und dann  
0,5 Punkte für jede richtige Zahl

### Aufgabe 3 – Podest aus Papier – 7 Punkte -

Es gibt mehrere Lösungen. In der Abbildung sind zwei Lösungen dargestellt.



#### **Bewertungsvorschlag:**

2 Punkte für richtig eingezeichnete farbige Linien, die anzeigen, wo geschnitten werden muss  
2 Punkte für richtig eingezeichnete Zahlen  
3 Punkte für das Modell.

## Aufgabe 4 – Das Haus vom Nikolaus– 5 Punkte -

Im linken Haus gehen vom Punkt A zwei Strecken aus, von den Punkten B, E und F jeweils 4 und von den Punkten C und D jeweils 3. Geht von einem Punkt eine gerade Anzahl von Strecken aus, so kann man bei der Zeichnung an diesem Punkt ankommen und wieder weggehen. (Beim Punkt A kommt man einmal an und geht einmal weg, an den Punkten B, E und F kommt man zweimal an und geht zweimal weg.)

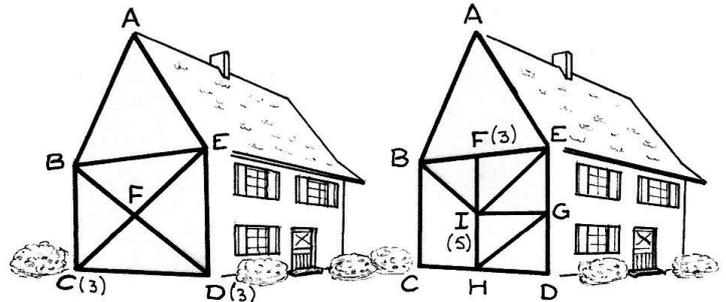
Geht von einem Punkt eine ungerade Anzahl von Strecken aus, so muss er ein Anfangs- oder Endpunkt der Zeichnung sein, denn man kommt entweder endgültig an oder geht endgültig weg. (An den Punkten C und D kommt man entweder zweimal an und geht einmal weg (Endpunkt) oder man geht zweimal weg und kommt einmal an (Anfangspunkt)).

**Die Zeichnung beim linken Haus muss am Punkt C oder am Punkt D beginnen, weil von diesen Punkten eine ungerade Anzahl von Strecken ausgeht. (Der jeweils andere Punkt muss dann der Endpunkt der Zeichnung sein).**

Beim rechten Haus geht nur von den Punkten F und I (siehe Zeichnung) eine ungerade Anzahl von Strecken aus.

**Die Zeichnung beim linken Haus muss am Punkt F oder am Punkt I beginnen.**

**Eine mögliche Lösung ist der Weg FBAEGDGHICBIEFI.**



### Bemerkung:

*In diesem Zusammenhang bietet es sich an, das Königsberger Brückenproblem und grundlegende Begriffe der Graphentheorie zu behandeln (Knoten, Grad von Knoten, Eulerweg).*

*Bei der Formulierung der Lösung wurde hier zugunsten einer allgemeinen und schnellen Verständlichkeit für die Schüler auf diese Fachbegriffe verzichtet.*

### **Bewertungsvorschlag:**

- 1 Punkt für die möglichen Anfangspunkte C und D im linken Haus
- 1 Punkt für die Erklärung (ungerade Anzahl von Strecken)
- 1 Punkt für die möglichen Anfangspunkte F und I im rechten Haus
- 2 Punkte für die Zeichnung im rechten Haus.

## Aufgabe 5 – Quasi 1000 – 7 Punkte -

Sei  $x$  die Anzahl der Randstücke in der Länge und  $y$  die Anzahl der Randstücke in der Breite.

Es gilt  $2x + 2y - 4 = 124$ , da man die Eckstücke nicht doppelt zählen darf.

Somit ist  $x + y = 64$ .

Unter Beachtung dieser Bedingung ergeben sich die in der Tabelle dargestellten Möglichkeiten.

**Wenn das Puzzle mehr als tausend Teile hat, besteht es aus mindestens 1008 Teilen.**

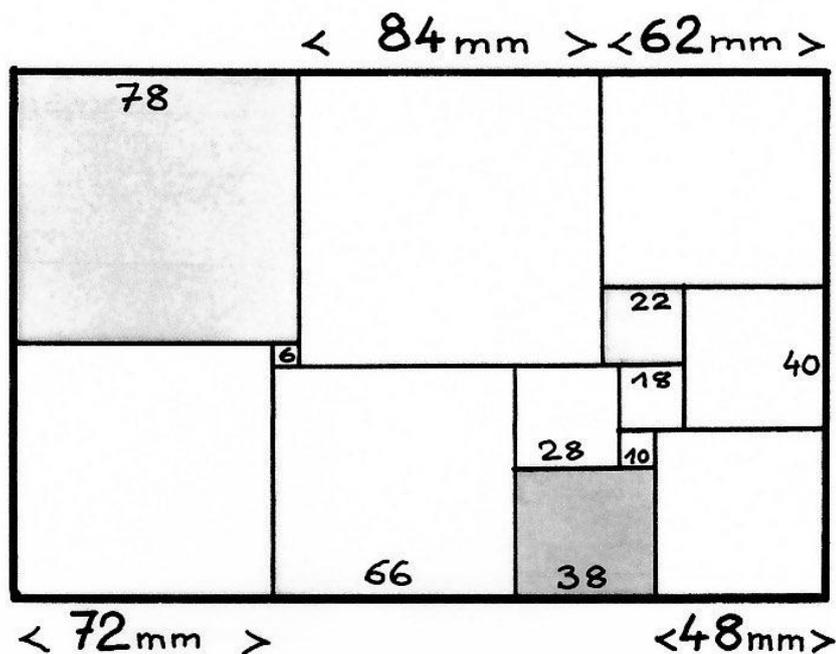
**Der Rand hat in der Länge 36 und in der Breite 28 Teile.**

$x$	$y$	$xy$
35	29	1 015
36	28	1 008
37	27	999
38	26	988

### **Bewertungsvorschlag:**

- 4 Punkte für die Lösung 1008
- 2 Punkte für die Erklärung
- 1 Punkt für die Anzahl der Randstücke in der Länge und der Breite (2 Punkte Abzug, wenn das Problem der Ecken nicht erkannt wurde, aber sonst alles richtig ist)
- (1 Punkt Abzug, wenn nicht die minimale Lösung angegeben wurde oder nicht beachtet wurde, dass das Puzzle mindestens 1000 Teile haben soll.)

### Aufgabe 6 – Quadratmillimeter – 5 Punkte -



**Bewertungsvorschlag:**  
 1 Punkte für eine richtige Seitenlänge  
 Dann 1 Punkt für je vier weitere richtige Seitenlängen  
 2 Punkte für die Zeichnung.

### Aufgabe 7 – 2023 – 7 Punkte -

$$(a + b) + a \cdot b + (a - b) = 2023$$

$$2a + a \cdot b = 2023$$

$$a(2 + b) = 2023$$

Primfaktorzerlegung:  $2023 = 7 \cdot 17 \cdot 17$

- Für natürliche Zahlen  $a > b$  gibt es zwei Möglichkeiten:  
 1:  $a = 7 \cdot 17$  und  $2 + b = 17$ , also  $a = 119$  und  $b = 15$   
 2:  $a = 17 \cdot 17$  und  $2 + b = 7$ , also  $a = 289$  und  $b = 5$

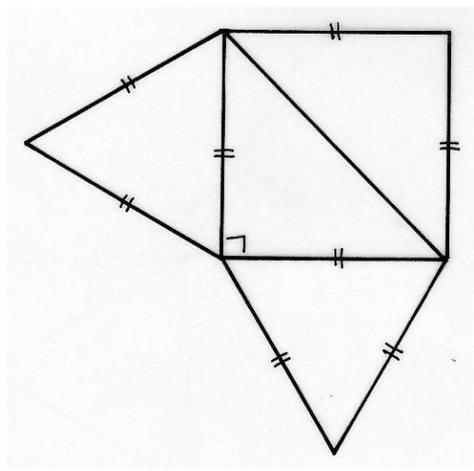
Die beiden möglichen Zahlenpaare sind  $a = 119$  und  $b = 15$  sowie  $a = 289$  und  $b = 5$ .

**Bewertungsvorschlag:**  
 Je 2 Punkte für jedes richtige Zahlenpaar  
 3 Punkte für die Erklärung

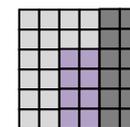
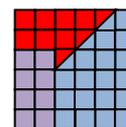
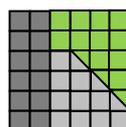
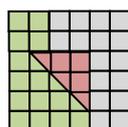
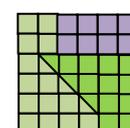
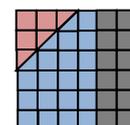
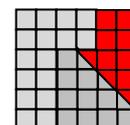
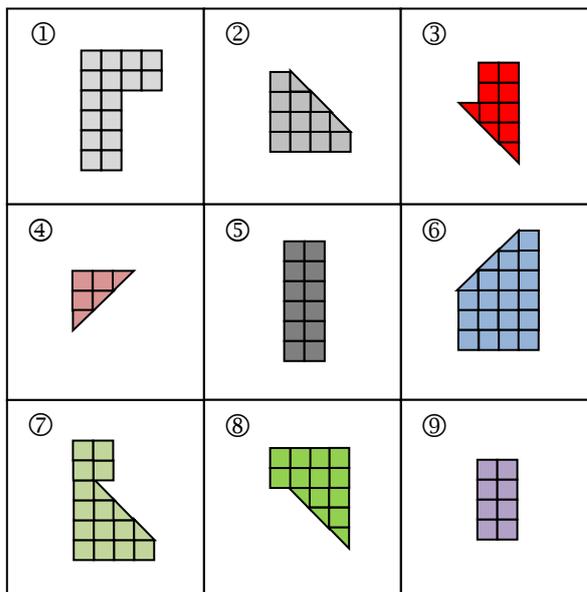
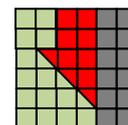
### Aufgabe 8 – Vier Seiten – 5 Punkte -

Die Abbildung zeigt eine mögliche Lösung.

**Bewertungsvorschlag:**  
 Je 1 Punkt für das gleichseitige und das rechtwinklige Dreieck  
 3 weitere Punkte für ein korrektes Netz



## Aufgabe 9 – Magisches Puzzle – 7 Punkte -



### **Bewertungsvorschlag:**

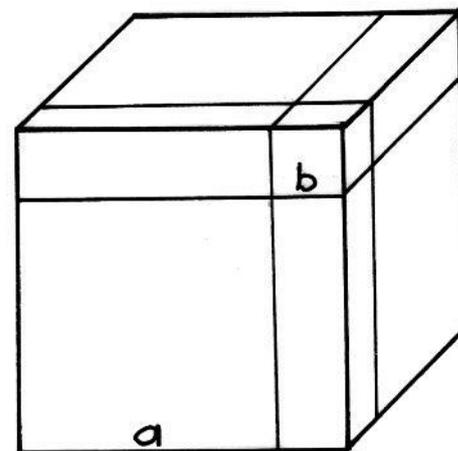
1 Punkt für jedes rekonstruierte Teil  
1 Punkt für die Sorgfalt der Darstellung

## Aufgabe 10 – Hoch 3 – 10 Punkte

Die Abbildung zeigt ein Schrägbild der Anordnung.  
Sieben der acht Körper sind zu sehen.  
Der Würfel mit der Kantenlänge  $a$  ist nicht zu sehen.

Diese Anordnung veranschaulicht die binomische Formel

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



### **Bewertungsvorschlag:**

3 Punkte für ein Schrägbild  
4 Punkte für die Volumen der vier verschiedenen Körper  
Je 1 Punkt für jeden Ausdruck des Volumens des großen Würfels  
1 Punkt für die Sorgfalt der Darstellung

### Aufgabe 11 – Beim Jupiter! – 5 Punkte -

Sei  $n$  die Anzahl der Legionäre.

Bei jedem Versuch des Zenturios bleiben drei Legionäre übrig.

$n - 3$  ist daher ein Vielfaches von 4, 5 und 7.

Das kleinste gemeinsame Vielfache von 4, 5 und 7 ist 140. Daher ist  $n = 143$ .

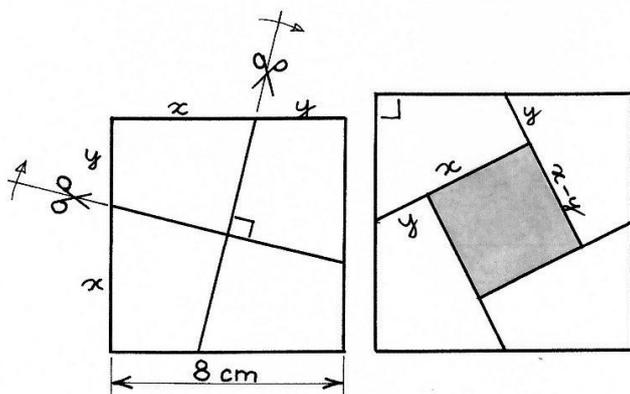
**Der Zenturio befehligt 143 Legionäre.**

$$143 = 11 \cdot 13$$

**Der Zenturio kann seine Legionäre in 11er-Reihen zu je 13 Männern oder in 13er-Reihen zu je 11 Männern aufstellen.**

<b>Bewertungsvorschlag:</b>
2 Punkte für die Antwort 143
2 Punkte für die Begründung
1 Punkt für eine Rechtecksformation

### Aufgabe 12 – Öffnung – 7 Punkte -



Der Flächeninhalt des ersten Quadrats beträgt  $64 \text{ cm}^2$ .

Es wird in vier kongruente Teilfiguren mit dem Flächeninhalt  $16 \text{ cm}^2$  zerlegt.

Das leere Quadrat in der Mitte hat auch den Flächeninhalt  $16 \text{ cm}^2$  und daher die Seitenlänge  $4 \text{ cm}$ .

Man erhält das lineare Gleichungssystem

$$x + y = 8$$

$$x - y = 4$$

mit der Lösung  $x = 6$  und  $y = 2$ .

Die anderen beiden Seiten der vier kongruenten Teilfiguren sind gleich lang. Ihre Länge ist die halbe Seitenlänge des größeren Quadrats mit dem Flächeninhalt  $5 \cdot 16 \text{ cm}^2 = 80 \text{ cm}^2$

**Bei den vier kongruenten Teilen ist eine Seite  $2 \text{ cm}$  lang, eine Seite  $6 \text{ cm}$  lang**

**und zwei Seiten sind  $\frac{\sqrt{80}}{2} \text{ cm} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$  lang.**

<b>Bewertungsvorschlag:</b>
3 Punkte für die Seitenlängen $2 \text{ cm}$ und $6 \text{ cm}$
2 für die Länge der anderen beiden Seiten
2 Punkte für das große Quadrat auf dem Antwortblatt

### Aufgabe 13 - Nochmal 2023 -10 Punkte -

Berechnung der ersten Folgeglieder:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2022	$2^2+0^2+2^2+2^2 = 12$	$1^2+2^2 = 5$	$5^2 = 25$	$2^2+5^2 = 29$	$2^2+9^2 = 85$	$8^2+5^2 = 89$	$8^2+9^2 = 145$	$1^2+4^2+5^2 = 42$	$4^2+2^2 = 20$	$2^2+0^2 = 4$	$4^2 = 16$	$1^2+6^2 = 37$	$3^2+7^2 = 58$	$5^2+8^2 = 89$

Die 15. Zahl in der Folge ist dieselbe wie die siebte - 89.

Da die Regel zur Berechnung des nächsten Folgeglieds immer gleichbleibt, ist die 16. Zahl wieder 145, die 17. Zahl wieder 42 und so weiter.

Die Länge der Periode beträgt 8, und jede 8. Zahl in der Folge ist 145.

Die 2024. Zahl ist also auch 145 und **die 2023. Zahl ist 89.**

#### **Bewertungsvorschlag:**

4 Punkte für die Berechnung der ersten 20 Zahlen der Folge

3 Punkte für die 2023. Zahl

3 Punkte für die Begründung